

TD 1 – Architecture des Ordinateurs

Codage des nombres

Licence Informatique 3^{ème} Année – UPPA

Exercice 1 : Conversions

1. À l'aide des 2 techniques vues en cours, convertir $(1E36)_{16}$ et $(10010101)_2$ en décimal.
2. Convertir $(123)_{10}$, $(345,5625)_{10}$, $(26,3)_{10}$ et $(14C,E8)_{16}$ en binaire.
3. Convertir $(11010,1101)_2$ en décimal.

Exercice 2 : Calculs en base 7

En base 7, calculer $(122)_7 + (16)_7$, $(261)_7 * (32)_7$ et $(126)_7 - (32)_7$

Exercice 3 : Complément arithmétique

1. Montrer que pour une précision de $n + 1$ chiffres et une base B, le complément arithmétique de X est égal à $B^{n+1} - X$. En déduire que le complément arithmétique est involutif (le complément arithmétique du complément arithmétique d'un nombre est égal à ce même nombre).
2. En entier signé binaire avec la méthode du complément arithmétique et une précision de 8 bits et avec $A = (87)_{10}$ et $B = (64)_{10}$, calculer $A + B$, $A - B$, $B - A$ et $-A - B$.
3. Pour les questions suivantes, on travaille en base 6 avec des entiers signés codés via la méthode du complément arithmétique et une précision de 3 chiffres.
 - (a) Quel est l'intervalle (noté en base 6) des entiers signés codables via le complément arithmétique ?
 - (b) Comment déterminer si un nombre entier est positif ou négatif ?
 - (c) Calculer le complément arithmétique de $(220)_6$, $(123)_6$ et $(145)_6$.
 - (d) Calculer via les compléments arithmétiques : $(220)_6 - (123)_6$ et $(145)_6 - (220)_6$. Donner le résultat en base 6. Préciser le signe et la valeur absolue (en base 6) de chaque résultat.

Exercice 4 : Codage des réels en virgule flottante

Le codage d'un nombre réel en virgule flottante se fait à l'aide de 3 informations :

- Le signe du nombre S
- La mantisse M à n chiffres : les chiffres significatifs après la virgule.
- L'exposant E sur m chiffres

Un nombre réel est alors, dans une base B , égal à $(-1)^S * 0, M * B^E$. Par exemple, en base 10, avec $S=0$, $M = 1234$ et $E = 12$, on obtient le nombre $0,1234 * 10^{12}$. Ce nombre est codé sous forme normalisée : tous les chiffres significatifs apparaissent directement après la virgule.

Pour cet exercice, nous allons manipuler des réels en base binaire codés selon le standard IEEE 754 avec une précision de 32 bits. Selon ce standard, les 32 bits pour coder un réel sont organisés comme suit :

- Bit 31 : bit de signe. 0 si nombre positif, 1 si nombre négatif.
- Bits 30 à 23 : exposant sur 8 bits.
- Bits 22 à 0 : mantisse normalisée sur 23 bits.

L'exposant est codé selon la technique du biais. La valeur réelle de l'exposant est la valeur codée moins la valeur E_{max} , avec E_{max} qui est égale à la moitié de la valeur que l'on peut coder avec une précision de n bits donnée.

Questions :

1. Contraintes et valeurs de la norme IEEE 754
 - (a) Déterminer l'intervalle de valeurs possibles pour l'exposant.
 - (b) Déterminer l'intervalle de valeurs possibles pour la mantisse normalisée. En déduire une optimisation possible pour le codage d'un nombre réel en binaire.
 - (c) Déterminer l'expression donnant la valeur décimale d'un nombre réel binaire codé en IEEE 754.
2. Exemple de codage de réels
 - (a) Convertir en décimal le nombre octal $(27632000000)_8$ représentant une suite de bits codée suivant le standard IEEE 754.
 - (b) Convertir le nombre décimal $716,8$ en binaire suivant le codage IEEE 754. Présenter le résultat sous la forme d'une suite de chiffres hexadécimaux.